論文

小中高を一貫する割合指導の体系的カリキュラムとその具体

熊倉　啓之　國宗　進　松元　新一郎　近藤　裕　早川　健
（静岡大学　静岡大学　静岡大学　奈良教育大学　山梨大学）

Systematic Curriculum and its Specifics of Ratio Teaching for Elementary, Middle, and High Schools

Kumakura Hiroyuki　Kunimune Susumu　Matsumoto Shinichiro　Kondo Yutaka　Hayakawa Ken

Abstract

The purpose of this paper is to develop the systematic curriculum of ratio teaching for elementary, middle and high schools. First, we organized previous our studies for curriculum development. Second, we considered other units of contents related understanding of ratio. Finally, we developed the systematic curriculum and its specifics of ratio teaching. Curriculum features are as follows;

1) Teaching ratio’s problem in the unit of multiplication and division of fractions or proportion intentionally at 6th grade,
2) Teaching “third usage” problem at elementary school, and teach again carefully it at 7th grade middle school,
3) Teaching “PP type” problem at 8th grade and beyond,
4) Teaching “P/P type” problem, %-point and ‰ in the unit of analysis of data and probability at high school.

キーワード：割合，体系的カリキュラム，小中高一貫，割合についての基本的な理解，割合についての深い理解

１．研究の背景と目的

割合は，広く社会で活用されている重要な概念である．それにも関わらず割合について子どもの理解が十分でないことが以前から指摘され，これまでに割合指導のあり方について多くの研究とそれに基づく実践が行われてきた（例えば寺岡他，1983；中村，2002；田端，2002；石田他，2008；栗山他，2016；中西他，2018；市川他，2022；田中，2022；芳賀，2023）が，未だに課題がある（例えば，国立教育政策研究所，2023）．

筆者らは，割合に関する学習内容は日常生活にも多々関係する重要なものであり，より深い理解を目指すべきであるとの立場に立ち，小 4，小 5 に限らず，小 6 や中学校･高等学校数学科での指導にも目を向け，小中高における割合指導の在り方を追究して研究を進めている．これまでに，小中高の児童・生徒及び大学生の実態について調査を通して明らかにして，割合の理解を深める指導のあり方を追究し逐次報告してきた（熊倉他，2019；熊倉他，2020；熊倉他，2021；松元他，2021；熊倉他，2022；熊倉他，2023a）．

本研究では，小中高を一貫する割合指導の体系的カリキュラムを開発することを目的とする．なお，本研究で「割合」とは「同種の 2 量の割合」を指す．

研究の方法は，次の(1)～(3)の通りである．

(1)　カリキュラム開発の観点から，主としてこれまでの本研究の成果を整理する．

(2)　割合の理解と関連する他の単元の学習内容について考察する．

(3)　(1), (2)を踏まえて，小中高を一貫する割合指導の体系的カリキュラムを開発し,その具体を提案する．

２　カリキュラム開発の観点による研究成果の整理

これまでの研究成果を，(1)海外の割合指導の特徴，(2)日本の子どもの理解の特徴, (3)割合に関する実験授業の 3 点から整理する．

(1)　海外の割合指導の特徴

熊倉他（2019）では，割合の学習指導が特に重層的であると考えられるフィンランドの教科書を詳細に分析して，割合指導の特徴として次の 3 点を指摘した．

ア　小学校に限らず，中学校，高等学校でも単元を設けて割合を指導している．

イ　難しいとされる第 3 用法や対比型の問題は，小学校では扱わず，中学校で初めて扱う．

ウ　日本ではほとんど扱っていない PP タイプ（割合の割合）や P/P タイプ（割合を基にした割合），％ポイントの問題を，中学校，高等学校で扱う．

また，熊倉他（2021）では，フィンランドを含む海外の先行研究を分析して，日本とは異なる特徴として次の 2 点を指摘した．

エ　パーセントの導入では，小数だけでなく分数と関連付けて扱う．

オ　第 1～3 用法の問題解決では，多様な方法（帰一法等）や多様な図（パーセントバー等）を扱う．

上記ア～オのうち，特にア～ウは体系的カリキュラムを開発する観点から，またエ，オは体系的カリキュラムの具体を検討する上で参考になる．

(2)　日本の児童・生徒・学生の理解の特徴

①　小学生の割合の理解

熊倉他（2022）では，小学生調査を実施して，その分析結果から，以下の 2 点を指摘した．

ア　「1 とみる」見方は「倍」の見方に比べ難しい．
イ　割合の問題解決には多様な方法や図を使う．

②　中高生の割合の理解

熊倉他（2019）では，中高生調査を実施して，その分析結果から，次の 4 点を指摘した．

ウ　第 3 用法の問題の正答率は，中 3 でも 50%に満たない．また，この問題の解決方法は，中 3～高 2 の 70%以上が方程式であり，この問題の説明に複線図を使う中学生・高校生はほとんどいない．

エ　対比型の正答率は，中 3 でも正答率は 55%に満たず，基準量と比較量を逆にした誤答が最も多い．

オ　PP タイプ（増減型）の問題の正答率は，中 3 でも 40%に満たない．

カ　P/P タイプの問題の正答率は，高 2 でも 40%に満たず，%ポイントと混同する誤答が最も多い．

③　大学生の割合の理解

裕元他（2021）では，大学生調査を実施して，その分析結果から，次の 3 点を指摘した．

キ　第 3 用法や対比型の問題の正答率は，いずれも 80%強であり，割合の基本について概ね理解しているが，一方で 20%弱の学生は理解が不十分である．

ク　PP タイプ（増減型）や P/P タイプの問題の正答率は，それぞれ 75%弱，45%弱であり，他の問題に比べると正答率が低く，「割合の深い理解」という点からみると課題がある．

ケ　第 3 用法の問題の解決方法や説明の図については，中高生調査の結果と同様な傾向がみられる．

上記ア～ケのうち，特にア～カは，体系的カリキュラムの具体として，実際にどのような学習指導によって児童・生徒の理解を深めていくことができるのかを検討する上で参考になる．

(3)　割合に関する実験授業

小 4～高 1 を対象に，表 1 に示した実験授業を行った．扱った問題は，学校段階や学年に応じて，第 3 用法，PP タイプ，P/P タイプ，混合型など，多様である．

いずれの実践においても，当初は割合の理解が不十分である児童・生徒が一定数いたが，生徒同士や授業者とのやり取りを通して，割合の理解が深まっていく様子が観察された（和田，2019；沢田，2019；熊倉他，2020；平等他，2021；杉山他，2022；平等他，2023）．これらの実験授業の実際とその成果は，既存の単元や章の流れを基本としながら，そこで扱うことが可能な内容や展開を明確にするとともに，カリキュラム開発の実現可能性と有効性を検討する上で参考となる．

3　割合の理解に関わる他の単元の学習内容

割合の理解と関連する算数・数学の学習内容は数多く存在するが，なかでも関連の深い単元の学習内容について考察する．

表 1　小 4～高 1 における割合指導の実験授業

単元(学年/科目)	教材	問題タイプ
割合(小 4)	ゴムの伸びやすさを比べる	第 1 用法
割合(小 5)	当たりやすさが同じくじの本数を求める	第 1･2 用法
割合(小 5)	20%の意味を考える	百分率
比(小 6)	くじの本数を求める	第 3 用法
1 次方程式(中 1)	食材の廃棄率をもとに発注量を求める	第 3 用法
1 次方程式(中 1)	買い物の定価を求める	第 3 用法
1 次方程式(中 1)	くじの本数を求める	比例式 第 3 用法
文字式(中 1)	満月の見かけの大きさの大小を判断する	PP タイプ
文字式(中 2)	買い物の割引価格を比べる	PP タイプ
連立方程式(中 2)	来年度の中学校の男女の生徒数を求める	PP タイプ
連立方程式(中 2)	選挙の得票率をもとに得票数を求める	比例式
多項式(中 3)	x 割の利益を見込んで付けた定価の x 割引きで売ったときの損得を判断する	PP タイプ
2 次方程式(中 3)	同じ割合で，まず値上げして次に値引きしたときの価格から割合を求める	PP タイプ
1 次不等式(数I)	買い物の割引価格を比べる	PP タイプ
データの分析(数I)	家庭学習時間とメディア使用時間の変化を評価する	P/P タイプ
データの分析(数I)	新幹線の指定席と自由席の乗車率を求める	混合型
課題学習(数I)	2 つの大学の平均合格率を求める	混合型
確率(数 A)	コロナの陽性判定者が感染者である確率を求める	P/P タイプ
数学と人間の活動(数 A)	A5 用紙を 200%拡大するのに，複数回で拡大コピーする方法を考える	PP タイプ

(1)　任意単位による測定

小 1～小 3 で扱う量の測定について，平成 29 年告示小学校学習指導要領解説算数編には，次の記述がある．「量の測定とは，量 B を基準にとるとき，他の量 A がその何倍に等しいかを調べ，この何倍に当たる数 p によって量 A の大きさを表現すること」（文部科学省，2017，p.58）

特に「任意単位による測定」は，量 B を基準量とするときの比較量 A の大きさを測ることであり，この活動は，割合の理解につながる重要な見方である．また，小 2 で「普遍単位による測定」を扱う際に，「任意単位による測定」と対比させ，「基準量が異なると比較量を表す値も異なる」ことに触れるが，この見方も重要である．

(2)　操作分数・分割分数・割合分数

操作分数や分割分数，割合分数における A/B は，量 B を全体量（基準量），量 A を部分量（比較量）とするときの割合を表しているとみることができる．小 2 で操作分数（分割分数）を扱うが，ここでも「全体量（基準量）が異なると分数（割合）が同じでも比較量は異なる」という見方が重要である．

(1)の内容も含めこれらの内容は，小 4，小 5 で初めて独立した単元として扱われる割合の学習指導に先立って，その素地を与えているということができる．

(3)　乗法・除法における倍

小 2 の乗法では，「幾つ分」を何倍とみて，一つ分の大きさの何倍かに当たる大きさを求めることを扱う．また小 3 の除法では，「幾つ分（何倍）」を求めたり（包含除），「一つ分」を求めたり（等分除）することを扱う．このときの「一つ分」は基準量，「幾つ分（何倍）」は割合，「幾つ分（何倍）に当たる大きさ」は比較量とみることができ，「倍」は割合の理解に関係が深い．また，特に小 5 で学習する小数倍と分数倍を求める問題は，第 1 用法の割合の問題と本質的には同じであり，割合の理解に直結する．

(4)　単位量あたりの大きさ

小 5 で扱う「単位量あたりの大きさ」は異種の 2 量の割合のことであり，具体的には速さや人口密度を学習する．「単位量あたり」の見方は「基準量」の考えに結びつくものであり，割合の理解につながる．一方で，同種の 2 量の割合における第 2 用法「基準量×割合＝比較量」と，異種の 2 量の割合における「割合×量 A＝量 B」は，「割合」が乗数と被乗数とで異なることに留意する必要がある．

(5)　比例（比例的推論）

2 量の関係の割合を比べる活動では，基準量と比較量が比例の関係にあることを前提とする．一方の量が 2 倍，3 倍，…になれば，他方の量も 2 倍，3 倍，…になる比例的推論は，割合の理解に欠かせない．

(6)　比

小 6 で扱う「比」は，熊倉他（2023）で考察したように，割合と深い関係がある．2 つの数量の関係を，一方の量を基準量として他方の量を 1 つの数で表したものが割合（比の値）であり，2 つの数の組で表したものが比である．比 A : B では，一方の量を A とみると他方の量が B に相当する大きさを表していて，基準量を 1 とみると比較量が割合 p に相当する大きさを表すことと関連付けた見方が重要である．

(7)　データの活用

小 5 で割合の学習直後に扱う「円グラフ，帯グラフ」は，割合を比較する上で有効な図的表現である．これらの図を読み取ったり描いたりすることを通して，割合の理解を深めることが期待できる．

また，小 6 では，データの考察で度数分布表や柱状グラフを扱うが，ここでも割合（%）を求める問題を扱うことが可能である．

さらに，中 1 以降で扱う相対度数や標本調査において母数や比率を推定するときの 2 つの数量の割合は，全度数に占める階級 A の度数，あるいは全数に対する標本数の割合を 0 以上 1 以下の数値で表したものであり，全体部分型の文脈で活用する割合である．

(8)　確率

中 1 で扱う統計的確率や中 2 で扱う数学的確率は，全事象の場合の数に占める事象 A の場合の数を 0 以上 1 以下の数値で表したものであり，相対度数等と同様に，全体部分型の文脈で活用する割合である．また，高校の数学 A で扱う確率の積の法則は PP タイプに，条件付確率は P/P タイプに関連する問題であり，これらの問題解決を通して割合の理解を深めることが期待できる．

(9)　方程式等を活用した割合の問題解決

中 1 の 1 次方程式や中 2 の連立方程式，中 3 の 2 次方程式等の活用問題で，割合に関する問題を取り上げることが可能であり，教科書でも中 2 の連立方程式で一部扱っているが，それ以外にも例えば，第 3 用法の問題を 1 次方程式を活用して解決することを通して，割合の理解を深めることが期待できる．

(10)　文字式を活用した割合の問題解決

中 2 や中 3 での文字式を用いた説明の学習場面において，割合の問題を取り上げることが可能である（熊倉他，2020）．例えば，PP タイプの問題（「10%増加してさらに 10%減少すると元に戻るか？」など）を，文字を使って解決することを通して，割合の理解を深めることが期待できる．

以上の関連を図式化すると，図 1 の通りである．「同種の 2 量の割合」の下側に示した各単元の内容が，小 5 での割合指導後の学習内容である．

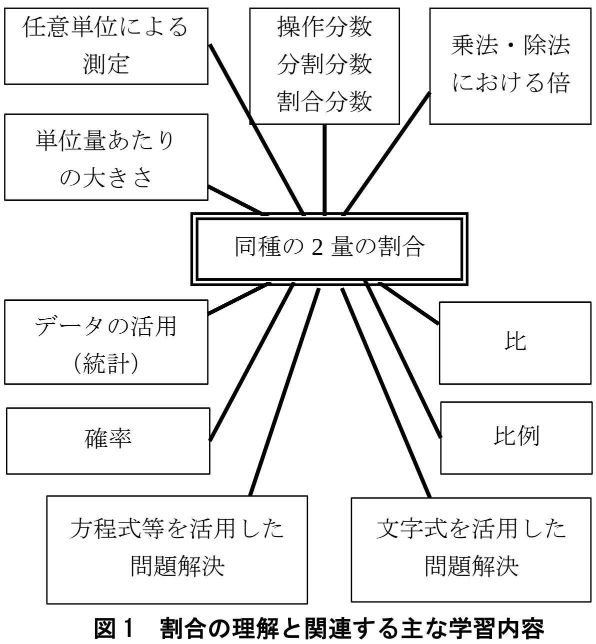

図 1　割合の理解と関連する主な学習内容

4　小中高を一貫する体系的カリキュラム

２で整理したこれまでの本研究の成果，とりわけ子どもの理解の特徴，および３で考察した関連する単元の学習内容を踏まえ，小中高を一貫する体系的カリキュラムを開発し，その具体を提案する．

カリキュラムは，フィンランドのように小 6 以降で割合に関する単元を新たに設けることも考えられるが，今回の提案は，現行の平成 29 年告示学習指導要領の内容は変更しないことを前提に，関連する既存の単元の中で，意図的に割合指導を位置付けていくものとする．

カリキュラムの対象とする学年は，小 4 から高校までとする．３で考察したように，「任意単位による比較」を始めとして，割合の素地指導に相当する内容を小 1 から扱っているが，学習指導要領で割合を初めて扱う小 4 以降に焦点を当てる．

(1)　割合指導の学習目標とカリキュラム

割合指導の学習目標としては，次の 2 つを設ける．

【目標 A】割合についての基本的な理解
割合の意味を理解し，第 1～第 3 用法の割合に関する問題を解決することができる．

表 2　割合指導の体系的カリキュラム

学年	目標 A・B	概念の理解	問題解決（活用）
小 4	A 基本的な理解	・割合は，基準量の何(整数)倍が比較量になるかを表す数である． ・「基準量×割合＝比較量」となる．	・整数倍の第 2 用法の問題を解く． ・整数倍の第 1 用法の問題を解く．
		・割合を比べるよさがある．	・整数倍の割合を比較する．
小 5		・割合は，基準量を 1 とみると比較量がいくつに相当するかを表す数である．(割合の見方)	・小数倍の第 2 用法の問題を解く． ・小数倍の第 1 用法の問題を解く．
		・%や割は，基準量を 100 や 10 とみると比較量がいくつに相当するかを表す数である． ・%や割の大きさを(小数や分数に変換し)把握する．	・%や割の第 2 用法の問題を解く． ・%や割の第 1 用法の問題を解く． ・%や割の第 3 用法の問題の解き方がわかる．
		・割合は，全体量の一部分の量を表すのに使う． ・割合は，基準量の増加量・減少量を表すのに使う．	・全体部分型の問題を解く． ・増減型の問題を解く．
		・割合を比べることで，問題を解決できるよさがある．	・%や割の割合を比較して，問題を解決する．
小 6		・a:b は，一方の量を a とみると他方の量が b に相当する 2 つの量の関係を表す． ・a:b の比の値は，b を基準量としたときの a の割合を表す．	・比例式を使って，第 1～第 3 用法の問題を解く． ・分数倍の第 2・第 3 用法の問題を解く．
中 1	A 基本的な理解	・「基準量×割合＝比較量」が基本である．	・第 3 用法の問題を，方程式や比例式を使って解く．
		・割合は，2 つの量の一方を基準量にしたときの他方の量を表すのに使う．	・対比型の問題を解く．
		・階級 A の相対度数は，全度数を基準量とするときの A の度数の割合を表す． ・事象 A の確率は，全事象の場合の数を基準量とするときの A の場合の数の割合で表す．	・相対度数を求めて比較する． ・確率を求めて比較する．
中 2・中 3	B 深い理解	・割合×割合は，割合の割合を表す．	・PP タイプの問題を解く．
		・異なる割合の 2 つの量を混合するときの割合は，単純に加えられない．	・混合型の問題を解く．
		・割合を比べることで，問題解決に活用できるよさがある．	・文字式を使って割合を比較して，問題を解決する．
高		・割合/割合は，割合をもとにした割合を表す．	・P/P タイプの問題を解く．
		・P/P タイプと%ポイントとの違いを理解する．	・%ポイントの問題を解く．
		・‰は，基準量を 1000 とみると比較量がいくつに相当するかを表す数である．	・‰の問題を解く．
		・割合は，生活の様々な場面で活用されている．	・2 次元表や複利計算などの様々な割合の問題を解く．

【目標 B】割合についての深い理解

割合の基本的な理解に基づいて，PP タイプや P/P タイプの問題を理解し，これらの問題解決を含め，割合を活用した様々な問題を解決することができる．

目標 A は小 4〜中 1 での達成を目指し，目標 B は中 2〜高等学校での達成を目指すものとする．

また，学習目標は，大きく「概念の理解」と「問題解決（活用）」に分けて規定する．

これらに基づき，体系的カリキュラムとして，表 2 を提案する．このカリキュラムの具体について，以下に述べる．

(2) A 基本的な理解を目指すカリキュラムの具体

目標 A は，(1)で述べたように小 4〜中 1 での達成を目指す．小 4，小 5 で独立単元として割合を指導内容とするのは現行の学習指導と同様であり，それに加えて中 1 までにわたってその理解を深める学習指導をカリキュラムに明示的に位置づける．

① 割合の定義の扱い

現行の算数教科書[1)]（以下，単に「教科書」という）での割合の定義は，次の 2 つに類別できる（熊倉他，2021）．

ア 比較量が基準量の何倍にあたるかを表す数

イ 基準量を 1 とみたときの比較量にあたる数

一方，小学生を対象とした調査結果からは，小学生にとって，「1 とみる」という表現は難しいことが指摘されている（熊倉他，2022）．

これらを踏まえると，小 4 で割合を初めて学習する場面では「倍」で導入して，「基準量の何倍に当たるかを表す数」として割合を定義するのがよいと考える．

一方で，「基準量を 1 とみると，比較量は〜にあたる」という見方は，割合を理解する上でとても重要な概念である．この「割合の見方」は，小 5 できちんと扱うことが重要であると考える．

② 百分率，歩合の扱い（小 5）

百分率，歩合の指導では，単に「1%とは 0.01 のこと」「1 割とは 0.1 のこと」と示すのではなく，割合の見方を使って「基準量を 100 とみるときの比較量を表す数」が百分率であり，「基準量を 10 とみるときの比較量を表す数」が歩合であることを理解することが重要であると考える．

また，フィンランドの教科書を参考にすると，小数と関連付けるだけではなく，次のように分数と関連付けることも，理解を深める上で重要である（熊倉他，2020）．

1%＝0.01＝1/100 → 1 を 100 等分した 1 つ分

1 割＝0.1＝1/10 → 1 を 10 等分した 1 つ分

特に，10%や 20%，25%，50%等の特別な百分率は，分数で表すとそれぞれ 1/10，1/5，1/4，1/2 となることについても触れておきたい．

合わせて，次のような 10×10 grid model と呼ぶ図（Bennet ＆Nelson，1994）などを活用することは，百分率の大きさを把握する上で有効であると考える（熊倉他，2021）．

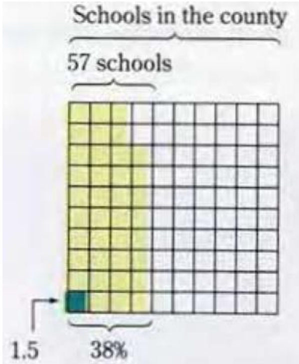

図 2 Bennet 他の 10×10 マス図（p. 22）

③ 割合のよさの扱い

割合のよさは，次の 2 点にあると考える．

ア 基準量に対する比較量の相対的な大きさを把握する．

イ 新たな指標を用いて，2 つの数量の関係と，別の 2 つの数量の関係を比較する．

アは，例えば，ある列車の混雑の度合いを知るのに，「乗車定員 160 人中 125 人が乗車」と示すこともできるが，「乗車率は約 78%」と表現することで乗車定員に対する乗車数の相対的な大きさを把握することができ，混雑の度合いがつかみやすい．

イは，例えば，小 4 の教科書で扱っているゴム紐のもとの長さといっぱいまで伸ばした長さの関係から，(伸ばした長さ)/(もとの長さ)という指標「伸びやすさ」を用いて，ゴム紐の伸びやすさを比較することができる．また，小 5 の教科書で扱っているバスケットボールのシュートした回数とシュートが入った回数の関係から，(シュートが入った回数)/(シュートした回数)＝(シュートの成功率)という指標「成功率」を用いて，シュートの成績（うまさ）を比較することができる．

小 4，小 5 の割合の導入場面では，すべての教科書で，イに直接関わる問題を扱っているが，活用場面ではこのような問題を扱っていない（熊倉他，2021）．よさのイを理解するためには，活用場面においても割合を比べる問題を扱うのがよいと考える．また，よさのアに関わる記述は意外と教科書で触れられていない．イのみが強調されているが，アも割合のよさの 1 つであり，指導の中でアについても触れることが重要であると考える．

④ 第 1・第 2 用法の扱い

小 4 のほとんどの教科書，および小 5 のすべての教科書で，第 1 用法→第 2 用法の順に扱っている（熊倉他，2021）．これは，割合の定義につなげる意味から，導入場面でイの割合のよさに関わる 2 量の関係と別の

2 量の関係を比較する，いわゆる「割合比べ」の活動を扱い，この活動で第 1 用法に相当する問題に取り組むからであろう．

一方で，次に示すように，第 2 用法の計算式は小 2 で扱う乗法の拡張として捉えることができる．

整数の乗法：(1 当たり量)×(いくつ分)＝(全体量)

→　小数・分数の乗法：(1 当たり量)×(倍)＝(全体量)

→　割合：(基準量)×(割合)＝(比較量)

子どもにとっては，第 2 用法が第 1 用法，第 3 用法と比べて易しい（例えば金井，2002；熊倉他，2019）ことを踏まえると，第 2 用法を先に指導する方が望ましいと考える．

そのために，導入場面では，2 量の関係と別の 2 量の関係を比較する割合比べの活動に加えて，2 量の関係と同じ関係になるように別の 2 量のうちの比較量を求める問題を扱うことが考えられる（早川，2003）．

例えば，小 4 の導入場面であれば，図 3 のような問題を扱うことが考えられる．

【問題 1】ゴム A，B，C のもとの長さは次の通りである．また，ゴム A と B をそれぞれいっぱいまで伸ばした長さは 40cm，45cm であった．

	もとの長さ	伸ばした長さ
ゴム A	10cm	40cm
ゴム B	15cm	45cm
ゴム C	20cm	?

(1)　ゴム A とゴム B では，どちらのゴムが伸びやすいといえるだろうか.

(2)　ゴム C は，伸びやすさがゴム B と同じである．ゴム C をいっぱいまで伸ばした長さは何 cm になるだろうか.

図 3　第 2 用法を用いた導入問題例

(1)は割合比べで，第 1 用法につながる発問であり，(2)は第 2 用法につながる発問である．これらを扱うことを通して，割合が同じ場合と異なる場合を理解し，割合に対する理解を深めることが期待できる．特に(2)を扱い，ゴム B と C で共通することを意識させることを通して，「ゴムの伸びやすさ」（＝割合）はもとの長さの何倍に当たるかを表した数で示すことができ，(もとの長さ)×(倍)＝(伸ばした長さ)という第 2 用法につながる式を扱うことができる．この導入問題に取り組んだ後に，第 2 用法の問題を扱うことは自然な流れであろう．

④　第 3 用法の扱い

小 4 の整数倍の割合では 6 社中 4 社の教科書で，また小 5 の小数倍の割合では 1 社の教科書で，それぞれ第 3 用法の問題を扱っている（熊倉他，2021）．しかし，前述したように，第 3 用法は子どもにとって難しいことを考慮すると，整数倍や小数倍の割合で第 3 用法の問題を無理に扱う必要はないと考える．

一方で，割合の問題に慣れてきた小 5 の％や割の割合では，第 3 用法を扱うことが考えられる．ただし，この段階では全員が正しい答えを求められるようにすることを学習目標とするのではなく，小 6 以降でもスパイラルに第 3 用法の問題を扱っていくことを通して，徐々に理解が深まり問題が解決できるようになることが重要である．例えば，中 1 の 1 次方程式の活用場面で，図 4 のような第 3 用法の問題を扱うことが考えられる（和田，2019）．

【問題 2】里いもの食べられる部分を 12 kg 用意したい．廃棄率を 20%とすると，里いもを何 kg 発注すればよいだろうか.

図 4　第 3 用法の 1 次方程式の活用問題例

この問題を扱った実践においては，当初は多くの生徒に 12×(1＋0.2)＝14.4kg とする誤答が見られた．このような誤答を取り上げながら，廃棄率 20%の基準量が，食べられる部分ではなく，廃棄前の全体量であることを理解することが重要である．また，この問題解決においては，テープ図や円グラフなどの多様な図を使って説明がなされていた．このように，式のみではなく，図や表などを用いて説明する活動を取り入れることが，割合の理解を深める上で重要である．

⑤　割合の問題タイプの扱い

割合の問題を，問題場面の文脈で分類すると，次の 4 つに分けられ（岡田，2008；熊倉他，2020），先行研究では，ア，イ，ウの順に難しくなることが指摘されている（金井，2002；熊倉他，2019）．

ア　全体部分型

イ　増減型

ウ　対比型

エ　混合型

エは，食塩水の混合の問題等，中学入試問題としてもよく見かけるが，算数教科書では扱っていない．このことから，エは他と比べてより難しいといえる．

これらのことを踏まえると，扱う問題の型については，小 4 では整数倍の割合で全体部分型は扱わないため増減型のみを，小 5 ではまず全体部分型を，続いて増減型を扱うことが望ましい．対比型と混合型の問題は，無理に小学校では扱わず，対比型は中 1 の 1 次方程式の活用問題として，混合型は中 2 の連立方程式の活用問題として扱うことが望ましいと考える．

例えば，中 1 の 1 次方程式の活用場面で，問題 2 とは別に図 5 の対比型の問題を扱うことが考えられる．

【問題 3】2023 年の静岡県の人口は約 353 万人であり，これは東京都の人口の約 26.6%である．東京都の人口はおよそ何人か？

図 5　対比型の 1 次方程式の活用問題例

また，小5や中学校でこれらのタイプの問題を扱う際には,様々なタイプの問題があることを強調したい.

⑥　分数倍の割合の問題の扱い（小6）

小6では「分数の乗除」を扱うが，ここで割合（%）の問題を扱っている教科書は1社のみであった（熊倉他，2021）．しかし，分数の乗除を学習後に，分数倍を使って割合の問題を解決する方法を扱うことは重要であると考える．例えば，図6のような問題を扱うことが考えられる．

【問題4】ある商品が定価の 25%引きで販売されていて，価格は1200円であった．定価はいくらか.

図6　分数の乗除における割合の問題例

この問題は,小5で学んだ方法で,□×(1-0.25)＝1200から，1200÷0.75＝1600円と求めることができる.

一方, 25%＝1/4であることを用いると，分数の乗除を使って，□×(1-1/4)＝1200から，1200÷3/4＝1600円と求めることもできる．この問題解決を通して，小5での学習を振り返ることで，割合の理解を深めることが期待できる.

⑦　比の扱い（小6）

小6では「比」を学習するが，この指導場面では，割合との関係として，次の2点を指導することが重要であると考える.

ア　a : b の比の値 a/b は，b を基準量としたときの比較量 a の割合を表すこと.

イ　a : b は，一方の量を a とみたとき，他方の量は b に当たること.

特にイは，「基準量を1とみると比較量は〜に当たる」という割合の見方の拡張であり，関連付けて理解することで，割合の理解を深めることが期待できる.

また，比の活用場面では，例えば，図7のような第3用法の問題を扱うことが考えられる(平等他, 2021).

【問題5】ある学校の児童会では，くじ引きのイベントを考えている．景品は15個用意することができたので，これを当たりの本数としてくじをつくることにした．当たりを全体の 30%となるようにしようと考えているが，くじは全部で何本つくればよいだろうか.

図7　比の活用問題例（第3用法）

これは，求める本数を□本とすれば，□×0.3＝15から，□＝15÷0.3で求められる．一方，比例式15 : □＝30 : 100を作って，□を求めることもできる．小5での割合の学習を振り返りながら，この問題を扱うことができる.

また，中1で扱う「1次方程式」で，上記と同じ問題を扱ってもよい．求める本数を x 本として，1次方程式 $0.3x$＝15を解けば求められる．これらの単元で扱う場合には，単に式を作って正解を求めるだけではなく，典型的な誤答を取り上げて誤りの理由を考えたり，図表を使って関係を表す等の活動を取り入れたりして，割合の理解を深めることが重要である.

⑧　相対度数・確率の扱い

中1で，相対度数と確率を扱うが，相対度数も確率も，これまで学習してきた割合の1つであることを指導することが重要である．このとき，相対度数の場合は，基準量が階級の度数の合計，比較量が対象とする階級の度数のことを，また確率の場合は，基準量がすべての場合の数，比較量が対象とする事象の場合の数を指していることを強調したい．また，特に相対度数を扱う際には，なぜ度数のままではなく，相対度数にする必要があるかを考えることで，割合のよさを理解することにつながるであろう.

(3)　深い理解を目指すカリキュラムの具体

目標Bは，(1)で述べたように中2〜高等学校での達成を目指す.

①　PPタイプの問題の扱い

中2の「文字式による説明」の指導場面で，例えば図8のような問題を扱うことが考えられる（熊倉他，2020）．

【問題6】Tシャツを買うのに，A店ではセール中で，定価の 40%引きで販売している．隣のB店では同じTシャツがセール期間で定価の 20%引きとなっているが,今月はスマホの割引クーポンが使えるため，レジで見せると割引価格のさらに 25%引きになるという．A店とB店どちらが得だろうか.

図8　文字式による説明の問題例（PPタイプ）

この問題を扱った実践では，当初多くの生徒が40%＜45%（＝20＋25）と考えてB店の方が得であると予想し，実際にB店の価格を求めるのに 45%引きで考える生徒が見られた．このような生徒の誤答を取り上げながら「20%引き」の基準量と「25%引き」の基準量が異なることを扱うことが重要である．また，「20%引きでさらに25%引きの価格」，すなわち「80%のさらに75%の価格」を求めるのに，割合80%と割合 75%の積 0.8×0.75＝0.6＝60%を求めればよいことについて理解することも重要である.

また，同じく中2の「連立方程式」の活用場面で，例えば図9のような問題を扱うことが考えられる（沢田，2019）．

【問題7】昨年度の中学校の生徒が男女合計で175人，今年度の生徒数は昨年度に比べて男子が 10%減少，女子が 20%増加したが，来年度の生徒数は男子が今年度に比べて10%増加，女子が20%減少する予定で男女合計171人になるという.昨年度の男女の生徒数をそれぞれ求めよ.

図9　連立方程式の活用問題例（PPタイプ）

この問題を扱った実践においても，「10%減少して10%増加するから，昨年度と来年度で生徒数は変わらないのでは？」と考える生徒が見られた．このような生徒の誤答を取り上げながら，前述の文字式による説明場面と同様に，「昨年度の10%」と「今年度の10%」では基準量が異なることを扱いたい．

② P/Pタイプの問題の扱い

高校数学Ⅰの「データの分析」の活用場面で，例えば図10のような問題を扱うことが考えられる（熊倉他，2020）．

【問題8】（略）「家庭学習時間が3時間以上4時間未満の生徒の割合は，昨年度が24.0%，今年度が12.5%なので，昨年度に比べて11.5%（＝24－12.5）減少している．一方，メディア使用時間が3時間以上4時間未満の生徒の割合は，昨年度が4.0%，今年度が14.6%なので,昨年度に比べて10.6%（＝14.6－4.0）増加している．」
この表現は正しいといえるか.

図10 データの分析の活用問題例（P/Pタイプ）

この問題の文中の表現は誤りである．正しくは，家庭学習時間は昨年度に比べて1-11.5/24≒0.52＝52%減少，メディア使用時間は昨年度に比べて10.6/4.0-1＝1.65＝165%増加，と表現するか，あるいは「%ポイント」を使って，家庭学習時間は昨年度に比べて11.5%ポイント減少，メディア使用時間は昨年度に比べて10.6%ポイント増加，と表現するのが正しい．この問題を扱い，問題文の表現が正しくない理由を検討することを通して，基準量を正しくとらえるようにすることが重要である．あわせて，「%ポイント」の意味についても扱いたい．

また，高校数学Aの「確率」の活用場面で，例えば図11のような問題において，割合の理解を促進する活動を取り入れることも考えられる．

【問題9】A市の全市民に対するコロナ感染者の割合（感染率）は0.2%と言われている．A市は独自の方針で，全員に対してPCR検査を実施した．その結果，A市在住のPさんは陽性と判定された．Pさんが実際に感染している確率は何%か．ただし，このPCR検査は，感染者が陽性と正しく判定される確率が80%，非感染者が陰性と正しく判定される確率が90%である．

図11 確率の活用問題例（P/Pタイプ）

この問題は，条件付確率の問題である．感染率0.2%，陽性と正しく判定される確率80%だから，感染者であり陽性と正しく判定される確率は，0.002×0.8＝0.0016＝0.16%となる．また非感染者であり陽性と誤って判定される確率は，(1-0.002)×(1-0.9)＝0.0998＝9.98%である．これらの結果から，陽性と判定される確率は，0.16＋9.98＝10.14%となり，求める確率は，0.16/10.14≒0.016＝1.6%である．問題解決の過程で，感染者であり陽性と判定される確率を求める段階では，確率と確率の積を求めていてPPタイプの問題といえるが，陽性と判定されたPさんが感染者である確率を求める最終段階では，(確率)/(確率)を求めていて，P/Pタイプの問題でもある．

この問題において，例えばA市の人口10万人として，表3の2次元表を用いる活動を取り入れることが考えられる．

表3 A市の感染者数と陽性判定者数

	陽性判定	陰性判定	計
感染者	160人	40人	200人
非感染者	9980人	89820人	99800人
計	10140人	89860人	10万人

感染者であり陽性と正しく判定された160人の割合（確率）を求めるに際して，基準量を感染者数とするか，陽性判定者数とするかで，割合（確率）が80%と約1.6%とで，大きく異なってしまうことを強調したい．基準量を何にするかを意識するように指導することが重要であると考える．

③ ‰（パーミル）の扱い

パーミルは，千分率のことであり，1‰＝0.001＝1/1000である．生活場面の中でパーセント（%）程に使われているわけではないが，それでも例えば，鉄道線路やトンネルの勾配を垂直距離/水平距離で表すのに使われている．例えば，三角比を活用した測量の問題場面で，図12のような問題を扱うことが考えられる．

【問題10】あるトンネルは，勾配が5‰で直線的に設計されている．このトンネルの水平距離は1500メートルである．このトンネルの平均傾斜角度はどれほどか．また，高低差はおよそ何mか.

図12 三角比の活用問題例（‰）

平均傾斜角度をθとすると，tanθ＝0.005だから，θ≒0.286度である．また，高低差は1500×tanθ=7.5mとなる．問題文中の「勾配」は，水平距離を基準量としたときの垂直距離の割合（対比型）であることに触れながら，割合の理解を深めることが重要である．

(4) カリキュラムの特徴

開発したカリキュラムは，割合についての理解を「A基本的な理解」と「B深い理解」に分けて規定した上で，それぞれの学習目標を「概念の理解」と「問題解決（活用）」に分類して示した．あらためて，概念の理解について，その体系的な内容を示すと次の通りである．

＜A基本的な理解＞

・割合の意味を理解する．

・割合と基準量，比較量の関係を理解する．
・割合を表す表現として，百分率や歩合の意味を理解する．
・割合は全体部分型，増減型，対比型の文脈で活用されることを理解する．
・割合で表すことや割合を比較することのよさを理解する．
・確率や相対度数は割合であることを理解する．
＜B 深い理解＞
・割合×割合は，割合の割合を表すことを理解する．
・割合は混合型の文脈で活用され，異なる割合の 2 つの量を混合するときの割合は，単純に加えられないことを理解する．
・割合/割合は，割合を基にした割合を表すことを理解する．
・P/P タイプと％ポイントとの違いを理解する．
・パーミル（‰）の意味を理解する．
・割合が様々な問題解決に活用できるよさを理解する．

上記の学習目標を各学校段階・学年に位置付けて体系的に学習を進め，割合についての理解を促進する．

さらにまた，「問題解決（活用）」に示した割合の様々な型やタイプの問題を，割合の「概念の理解」と関連付けて体系的に扱うことを通して，割合を活用する力を育成することを目指す．

なお，本論文で提案したカリキュラムは，割合の理解を促進し，日常場面の中で割合の考えを用いて問題解決する力を育成することを目的とするものであるが，これらの学習活動を通して，割合に限らず，３で考察した関連する他の単元の内容の理解を深めることにもつなげることが期待できる．

例えば，第 1～3 用法の問題解決を通して，中学校で学ぶ方程式のよさを理解し，活用する力を伸ばすことが期待できる．また，PP タイプや P/P タイプの問題解決を通して，高校で学ぶ確率の積の法則や条件付確率の理解を深めることにつなげることが期待できる．

本論文で提案した割合指導のカリキュラムの特徴は，次の 4 点に整理することができる．

ア　小 6 の分数の乗除や比の単元でも，意図的に割合の問題を扱い，割合の基本的な理解を促進する．

イ　第 3 用法の問題を，小学校では軽く扱う程度とし，中 1 の 1 次方程式で丁寧に扱うことを通して，割合の基本的な理解を促進する．

ウ　PP タイプの問題を，中 2 以降の方程式の活用場面や文字式の説明場面で扱うことを通して．割合の深い理解を促進する．

エ　P/P タイプの問題や％ポイント，‰を，高等学校のデータの分析や確率などで扱うことを通して，割合の深い理解を促進する．

５　研究のまとめと今後の課題

本研究では，小中高を一貫する割合指導の体系的カリキュラムを開発することを目的とした．そのために，カリキュラム開発の観点から主として本研究のこれまでの成果を整理した上で，割合の理解と関連の深い他の単元の学習内容について考察した．これらの結果を踏まえ，表 2 に示した通り，小中高を一貫する割合指導の体系的カリキュラムを開発した．開発したカリキュラムに基づく実験授業はすでにいくつか実践していて，その有効性を検証している．

今後の課題は，さらに実践・研究を積み重ねて，提案したカリキュラムの実現可能性や有効性を検証することである．

付記

本研究は，科研基盤(C)20K02761（代表者：熊倉啓之）「小・中・高を一貫した「割合」指導の体系的カリキュラムの開発」の助成を受けて行ったものである．

本研究グループのメンバーは，標記の 5 名に加えて，以下の通りである（所属は 2023 年度現在）．

江頭希美（浜松市教育委員会），大川拓郎　（静岡市立伝馬町小学校），杉山俊介（静岡市立清水小学校），馬渕達也（浜松市立広沢小学校），永野翔一（焼津市立和田中学校），平等正基（湖西市立湖西中学校），美澤将史（静岡大学教育学部附属島田中学校），和田勇樹（静岡県立清水南高等学校中等部），杉山智子（静岡西遠女子学園），谷川尚（静岡県立静岡城北高等学校），田開伯幸（静岡県立清水東高等学校），冨田真永（静岡県立静岡高等学校）

また，本稿は，日本科学教育学会第 47 回年会（熊倉他，2023b）における発表内容を，大幅に加筆し再構成したものである．

注

1) 平成 31 年検定済み教科書のことであり，以下の 6 社の教科書会社が発行しているものである．
東京書籍，大日本図書，学校図書，教育出版，啓林館，日本文教出版．

引用・参考文献

Bennett, A. B. & Nelson, L. T. (1994). A conceptual model for solving percent problems, *Mathematics Teaching in the Middle School*, 1(1),20-24.

芳賀雄大(2023).「比の第三用法」の指導改善に関する一考察-数直線に数を位置付ける過程の可視化を通して-．日本数学教育学会誌,105(8),11-20.

早川健(2003).「同じ割合」に焦点を当てた割合指導の導入,日本数学教育学会誌, 85(12),23-30.

平等正基･熊倉啓之(2021). 小学校第 6 学年「比」の単元における割合の指導実践,日本科学教育学会年

会論文集,45,393-396.
平等正基・熊倉啓之・國宗進(2023). 中学校数学科における割合の理解を深める学習指導－方程式の利用場面に焦点を当ててー.日本数学教育学会秋期研究大会発表収録,56,409-412.
市川啓・高橋丈夫・青山尚司・加固希支男(2022). 算数教材研究 割合,東洋館出版.
石田淳一・神田恵子(2008). 5 学年「割合」単元における関係図や線分図をかいたり,よんだりする指導に関する研究, 科学教育研究,32(3),153-163.
金井寛文(2002). 割合に関する児童・生徒の理解の実態についての一考察.日本数学教育学会誌,84(8),3-13.
国立教育政策研究所(2023). 令和 5 年度全国学力・学習状況調査報告書小学校算数,78-83.
熊倉啓之・國宗進・柗元新一郎(2019). 中学生・高校生の割合の理解に関する調査研究,静岡大学教育実践総合センター紀要,29,80-89.
熊倉啓之・國宗進・柗元新一郎・早川健・近藤裕(2020). 中学校・高等学校数学科における割合指導に関する研究,静岡大学教育実践総合センター紀要,30,49-58.
熊倉啓之・國宗進・柗元新一郎(2021). 海外の先行研究からみた日本の割合指導の特徴,静岡大学教育実践総合センター紀要,31,117-126.
熊倉啓之・國宗進・柗元新一郎・早川健・近藤裕(2022). 小学生の割合の理解に関する研究,静岡大学教育実践総合センター紀要,32,127-134.
熊倉啓之・國宗進・柗元新一郎(2023a). 割合と比の関係に焦点を当てた割合指導の在り方,静岡大学教育実践総合センター紀要,33,101-108.
熊倉啓之・國宗進・柗元新一郎(2023b). 小中高を一貫する割合指導の体系的カリキュラムの開発. 日本科学教育学会年会論文集.47,377-380.
栗山和弘・吉田甫(2016). 割合概念の学習における認知的障害-等全体のインフォーマルな知識に着目して-.教授学習心理学研究,12, 1-9.
柗元新一郎・熊倉啓之・國宗進(2021). 小学校教員養成段階における大学生の割合の理解に関する調査研究-中学生・高校生の調査結果との比較を通して-,静岡大学教育実践総合センター紀要,31,137-146.
文部科学省(2017). 小学校学習指導要領(平成 29 年告示)解説算数編,日本文教出版.
中村享史(2002). 割合指導に関する研究の動向と今後の方向,日本数学教育学会誌,84(8),14-21.
中西正治・杉井誠(2018). 割合の教授法に関する一考察-『算数書案 割合』の実証的考察を通して-. 三重大学教育学部研究紀要,69,195-220.
岡田いずみ(2008). 割合文章問題における介入授業の効果-分数表示方略の提案-.教授学習心理学研究,5(1),32-41.
沢田佳史(2019). 連立方程式の単元における割合の指導に関する一考察.日本科学教育学会年会論文集,43,189-192.
杉山智子・熊倉啓之(2022). 中学 3 年生における PP 問題を題材とした割合の授業実践,日本科学教育学会年会論文集,46,412-415.
田端輝彦(2002). 同種の量の割合と異種の量の割合の指導順序に関する考察.日本数学教育学会誌,84(8),22-29.
田中英海(2022). 倍の意味理解を促す指導についての一考察-. 日本数学教育学会誌,10(4),3-14.
寺岡利幸・横山真智子(1983). 割合指導における導入時の工夫,日本数学教育学会誌,65(6),15-18.
和田勇樹(2019). 中学 1 年生における割合の指導実践－調理実習における食材の廃棄率を題材にしてー.日本科学教育学会年会論文集,43,185-188.